

*Anna LANDOWSKA*

## **ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTYMALNEGO PRZYDZIAŁU ZA POMOCĄ KLASYCZNEGO ALGORYTMU GENETYCZNEGO**

### **SOLUTION OF THE OPTIMAL ALLOTMENT PROBLEM USING CLASSICAL GENETIC ALGORITHM**

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny  
w Szczecinie ul. K. Janickiego 31, 71-270 Szczecin

**Abstract.** The article presents classical genetic algorithm applied to solving optimal allotment problem. It is shown, on the base of presented example, that genetic algorithm finds optimal solution very quickly. To obtain optimal solution for a given problem with the least number of iteration, it is very important problem in numerical calculation.

**Słowa kluczowe:** algorytm genetyczny, metody optymalizacyjne, problem optymalnego przydziału.  
**Key words:** genetic algorithm, optimal allotment problem, optimization methods.

#### **WSTĘP**

Problem znalezienia optymalnego rozwiązania jest zagadnieniem, które ludzie od wielu lat rozwiązują, uzyskując różne wyniki. Istnieje wiele metod i technik znajdowania najlepszego rozwiązania. Metody te możemy podzielić na: metody analityczne, przeglądowe i losowe. Artykuł ten przedstawia zastosowanie metody losowej, która pozwala znaleźć rozwiązanie problemu optymalnego przydziału. Algorytmy ewolucyjne są metodą, w której losowy wybór rozwiązania wspomaga przeszukanie całej przestrzeni rozwiązań. Podkreślimy jednak, że metody losowe zaczynają być doceniane w momencie, gdy jest trudne lub gdy jest niemożliwe znalezienie rozwiązania za pomocą metod analitycznych lub przeglądowych. Algorytmy genetyczne nie dają stuprocentowej pewności znalezienia rozwiązania optymalnego.

Artykuł przedstawia rozwiązanie problemu optymalnego przydziału za pomocą klasycznego algorytmu genetycznego. W pierwszej części przedstawiono etapy podstawowego algorytmu genetycznego, następnie rozwiązano problem optymalnego przydziału i sformułowano wnioski końcowe.

#### **KLASYCZNY ALGORYTM GENETYCZNY**

Algorytmy ewolucyjne polegają na naśladowaniu natury. W świecie rzeczywistym organizmy charakteryzują się określonymi cechami oraz specyficznym materiałem genetycznym, który podczas reprodukcji zostaje przekazywany nowym pokoleniom. Materiał ten w trakcie przekazywania cech podlega krzyżowaniu z materiałem innego osobnika, jak również może podlegać mutacji, chociaż mutacja w przyrodzie występuje bardzo rzadko.

W celu znalezienia optymalnego rozwiązania za pomocą algorytmów genetycznych wybierano populację początkową chromosomów. Liczba osobników w populacji początkowej jest bardzo ważna – zbyt mała może powodować zatrzymanie się algorytmu w pewnym minimum lokalnym, natomiast zbyt duża może powodować spowolnienie działania metody.

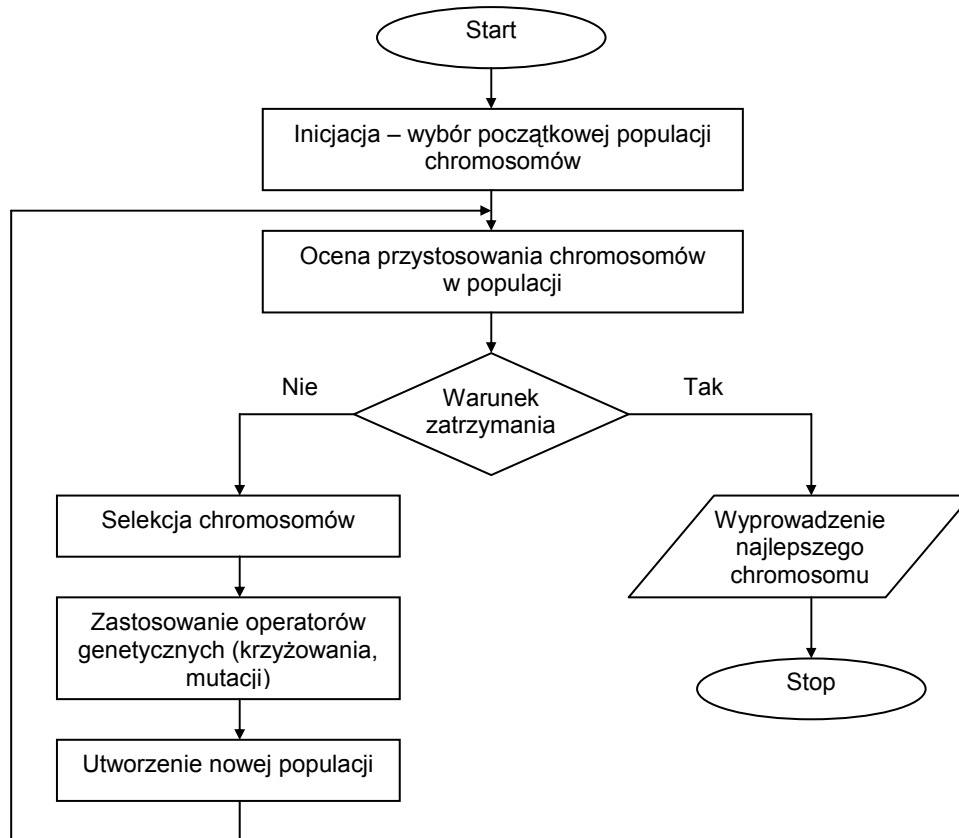
Wylosowana populacja początkowa podlega ocenie przystosowania (obliczenie wartości funkcji celu). Następnie dokonywana jest selekcja, co oznacza, że z otrzymanej populacji wybierane są osobniki o najlepszej wartości funkcji przystosowania. Istnieje wiele metod selekcji, np. koło ruletki, ranking liniowy, turniej.

Wyselekcjonowana populacja podlega działaniu operatorów genetycznych, krzyżowaniu i mutacji w zależności od założonego prawdopodobieństwa.

W każdej iteracji wybierany jest najlepiej przystosowany osobnik, czyli rozwiązanie, które ma minimalną wartość funkcji przystosowania. W taki sposób przeszukiwana jest przestrzeń rozwiązań problemu i zapamiętywane jest najlepsze rozwiązanie.

Na podstawowy algorytm genetyczny składają się następujące kroki (rys. 1):

- inicjacja;
- ocena przystosowania chromosomów w populacji, wyznaczenie wartości funkcji celu (funkcji przystosowania) dla danej populacji początkowej;
- sprawdzenie warunku zatrzymania;
- selekcja chromosomów;
- zastosowanie operatorów genetycznych (np. krzyżowania i mutacji);
- utworzenie nowej populacji;
- zapamiętanie najlepszego chromosomu.



Rys. 1. Schemat blokowy algorytmu genetycznego  
Źródło: Rutkowski (2005).

## PROBLEM OPTYMALEGO PRZYDZIAŁU

Problem optymalnego przydziału (Optimal Allotment Problem) polega na podjęciu decyzji, w jaki sposób dostarczyć daną ilość surowca przy jak najniższym koszcie do odbiorców.

W dalszej części artykułu zostanie przedstawiony problem optymalnego przydziału w postaci wyboru przewoźników pewnego surowca. Usługa przewozu jest obciążona kosztem, natomiast koszt jest uzależniony od tonażu surowca (przewoźnicy oferują różne ceny).

Kopalnia chce dostarczyć 15 t surowca do fabryki. Obecnie na rynku znajduje się trzech przewoźników. Każdy z nich proponuje koszt przewozu uzależniony od tonażu surowca (tab. 1). Na przykład przewoźnik 1 przewiezie 3 t towaru za kwotę 1400 zł, przewoźnik 2 przewiezie 3 t surowca za cenę 1500 zł itd. Kopalnia może złożyć tylko po jednym zamówieniu u każdego z przewoźników. Koszt przewozu towaru przez każdego przewoźnika uzależniony jest od wagi towaru. Problem polega na takim wyborze zamówienia, aby koszt przewozu był minimalny.

Tabela 1. Problem transportowy

Przewoźnik	Waga towaru [t]	Koszt przewozu [zł]
1	0	0
	1	600
	2	900
	3	1400
	4	1900
	5	2400
	6	2900
	7	3300
2	0	0
	1	500
	2	800
	3	1500
	6	3000
	8	3800
3	0	0
	5	2500
	6	2700
	7	3000
	8	3400

Prawidłowe rozwiązanie zadanego problemu to przewóz 5 t surowca przez przewoźnika 1, 2 t surowca przez przewoźnika 2 oraz 8 t surowca przez przewoźnika 3. Koszt tak zorganizowanego transportu jest najniższy – wynosi 6600 zł.

## MATERIAŁ I METODY

Opisany w poprzednim rozdziale problem optymalnego przydziału zostanie rozwiązany za pomocą metody heurystycznej – klasycznego algorytmu genetycznego.

Przyjmijmy następujące założenia dla klasycznego algorytmu genetycznego. Do populacji startowej losowo wybrano 20 chromosomów, czyli 20 losowych kombinacji przewozu towaru przez trzech przewoźników, również te, które nie dają w sumie wagi surowca równej 15 t (tab. 2).

Tabela 2. Wybrana w sposób losowy przykładowa populacja startowa

Lp.	Przewoźnik 1 [t]	Przewoźnik 2 [t]	Przewoźnik 3 [t]
1	5	1	3
2	4	1	5
3	5	2	2
4	6	1	1
5	6	6	3
6	5	3	2
7	1	6	1
8	8	5	4
9	1	6	4
10	2	4	3
11	7	5	5
12	3	3	1
13	6	1	4
14	5	2	5
15	8	3	4
16	4	1	3
17	2	6	4
18	3	6	5
19	7	6	3
20	4	1	3

Źródło: dane otrzymane przez autora w trakcie eksperymentu.

W celu znalezienia optymalnego rozwiązania użyto metody selekcji turniejowej dla rozmiaru podgrup równej 5. Zatem wybrano losowo grupy po 5 osobników (kombinacje przewozu towaru) – tylko osobnik o najlepszej funkcji przystosowania bierze udział w kolejnych etapach algorytmu. Zastosowano krzyżowanie jednopunktowe, testując metodę przy różnej wartości prawdopodobieństwa krzyżowania: 0,5, 0,8 i 0,95. Dla dwóch chromosomów, które mają zostać poddane krzyżowaniu, losowany jest gen, który został wymieniony. W związku z tym, że mutacja występuje w przyrodzie rzadko, przyjęto następujące prawdopodobieństwa mutacji 0, 0,1 i 0,2. Operację tę wykonano poprzez zwiększenie wartości genu o 1.

W taki sposób powstanie nowa populacja chromosomów, która będzie brała udział w kolejnej iteracji algorytmu. Zauważmy, że populacja ta została utworzona z najlepiej przystosowanych osobników populacji startowej. Populacja potomków pochodzi od osobników o najlepszych genach, czyli tych, które są najbliższe rozwiązania optymalnego.

Kolejne iteracje algorytmu genetycznego będą przebiegały przy tych samych założeniach jak iteracja opisana wyżej. Algorytm będzie wykonywał kolejne pętle tak długo, aż zostanie spełniony warunek zatrzymania.

Określenie warunku zatrzymania algorytmu genetycznego zależy od konkretnego zastosowania tego algorytmu. Jako warunek zatrzymania przyjęto ilość iteracji, po których wykonaniu mają zostać zakończone obliczenia. Po spełnieniu warunku zatrzymania następuje ostatni krok, czyli wyprowadzenie najlepszego chromosomu.

## WYNIKI

W celu sprawdzenia przedstawionej metody wykonano w każdym przypadku po 10 testów, przyjmując w każdym z nich jako maksymalną liczbę iteracji 1000 (tab. 3).

Tabela 3. Wyniki testów algorytmu genetycznego, w zależności od wartości prawdopodobieństwa wystąpienia krzyżowania i mutacji, dla określonego zadania optymalizacji

Lp.	Prawdopodobieństwo krzyżowania	Prawdopodobieństwo mutacji	Średnia liczba iteracji dla prawidłowych rozwiązań	Procent prawidłowych rozwiązań
1	0,5	0,1	198	40
2	0,8	0,1	134	80
3	0,95	0,1	188	90
4	0,95	0,0	55	30
5	0,95	0,2	20	100

Źródło: dane otrzymane z przeprowadzonych przez autora, w trakcie badania metody, eksperymentów.

Z otrzymanych testów wynika, że algorytm genetyczny daje poprawne rozwiązanie problemu dotyczącego optymalizacji. Widzimy również, że im większa jest wartość prawdopodobieństwa zastosowania operatorów genetycznych, tym większe jest prawdopodobieństwo otrzymania poprawnego wyniku w jak najmniejszej liczbie iteracji. Wynika to z tego, że podczas działania algorytmu chromosomy są częściej ze sobą krzyżowane i mutowane, co powoduje szybsze przeszukiwanie przestrzeni możliwych rozwiązań.

## PODSUMOWANIE

Artykuł przedstawia zastosowanie algorytmu genetycznego do rozwiązania problemu optymalnego przydziału. Metoda ta daje poprawne wyniki. Szybkość znalezienia i dokładność rozwiązania zależy od przyjętej wartości prawdopodobieństwa zastosowania operatorów genetycznych (krzyżowania, mutacji).

## PIŚMIENNICTWO

- Goldberg D.E.** 1998. Algorytmy genetyczne i ich zastosowania. Warszawa, Wyd. Naukowo-Techniczne.
- Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.** 1997. Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. Warszawa, Wyd. Naukowe PWN.
- Michalewicz Z.** 1996. Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. Warszawa, Wyd. Naukowo-Techniczne.
- Rutkowski L.** 2005. Metody i techniki sztucznej inteligencji. Warszawa, Wyd. Naukowe PWN.
- Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.** 1972. Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. Warszawa, PWN.
- Kowalik S.** 2004. Nowoczesne metody optymalizacyjne w zastosowaniach górniczych i ekonomicznych. Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej.
- Lew A., Mauch H.** 2007. Dynamic Programming. Berlin Heidelberg, Springer – Verlag.