

Anna Landowska, Marek Landowski¹

ZASTOSOWANIE WYBRANYCH MODELI OPTYMALIZACJI DYNAMICZNEJ STRUKTURY PRODUKCJI ROŚLINNEJ W PRZECIĘTNYM GOSPODARSTWIE ROLNYM

APPLICATION OF DYNAMIC OPTIMIZATION MODELS FOR PLANTS PRODUCTION STRUCTURE IN A TYPICAL AGRICULTURAL FARM

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Klemensa Janickiego 31, 71-270 Szczecin, e-mail: Anna.Landowska@zut.edu.pl
¹Zakład Metod Ilościowych i Prognozowania, Akademia Morska w Szczecinie, ul. Wały Chrobrego 1–2, 70-500 Szczecin, e-mail: m.landowski@am.szczecin.pl

Summary. The article presents results of application of three decisions models for optimization of plants production structure in typical agricultural farm. Conditions that connect every year of production include crop rotation. Correct crop rotation is very important to obtain the highest crop.

Słowa kluczowe: model produkcji roślinnej, optymalizacja dynamiczna, zasada optymalności.
Key words: dynamic optimization, model of plants production, optimal rule.

WSTĘP

W artykule przedstawiono wyniki zastosowania trzech modeli optymalizacji dynamicznej do wyznaczenia struktury produkcji w przeciętnym gospodarstwie rolnym. Celem pracy jest przedstawienie modeli optymalizacji dynamicznej wykorzystanych do poprawienia sytuacji ekonomicznej gospodarstwa przez umiejętne rozłożenie płodozmianu. W pierwszej części w sposób syntetyczny zostały omówione poszczególne modele optymalizacji dynamicznej. Następnie przedstawiono rozwiązania optymalne modeli produkcji roślinnej w przeciętnym gospodarstwie rolnym w województwie zachodniopomorskim obejmujące okres czteroletni (2005–2009). Struktura produkcji w każdym roku była uzależniona od wielkości i struktury produkcji w latach poprzednich. Kolejne lata były powiązane warunkami wiążącymi ze względu na konieczność respektowania płodozmianu, co jest warunkiem utrzymania gleby w dobrej kulturze.

MODELE OPTYMALIZACJI DYNAMICZNEJ PRODUKCJI W GOSPODARSTWIE ROLNYM

Przedstawione poniżej modele optymalizacji mają charakter dynamiczny, ponieważ kolejne lata (etapy) są powiązane odpowiednimi warunkami. Zasadę programowania dynamicznego sformułował Bellman (1957). W jej myśl: „Optymalna strategia sterowania ma tę własność, że jakkolwiek by był stan początkowy i decyzja początkowa, to następne decyzje

muszą tworzyć optymalną strategię sterowania względem stanu wynikającego z pierwszej” (s. 83).

Model jest dzielony na części składowe odpowiadające poszczególnym latom. Optymalizacja w ramach poszczególnych etapów jest przeprowadzana indywidualnie, z uwzględnieniem warunków wiążących.

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

x_j^t – zmienna decyzyjna w okresie t ,

a_{ij}^t – i -ty jednostkowy współczynnik nakładów na j -tego rodzaju działalność w okresie t ,

b_i^t – limit i -tego warunku ograniczającego w okresie t ,

u_j^t – dolne ograniczenie j -tej zmiennej w okresie t ,

v_j^t – górne ograniczenie j -tej zmiennej w okresie t ,

c_j^t – dochód rolniczy j -tego rodzaju działalności w okresie t .

Pierwszym modelem jest model szeregowy, którego istota zawiera się w podziale całego modelu produkcji na cztery etapy (będące czterema kolejnymi okresami produkcji) i optymalizacji każdego etapu kolejno z uwzględnieniem wyników optymalizacji otrzymanych podczas poprzedniego etapu. Przy powyższych oznaczeniach maksymalizację dochodu dla liniowej funkcji celu i liniowych warunków ograniczających w poszczególnych etapach można zapisać następująco:

– pierwszy etap:
$$F(x_j^1) = \sum_{j=1}^n c_j^1 x_j^1 \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^1 x_j^1 \leq b_i^1, \quad u_j^1 \leq x_j^1 \leq v_j^1, \quad x_j^1 \geq 0$$

– drugi etap:
$$F(x_j^2) = \sum_{j=1}^n c_j^2 x_j^2 \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=1}^2 b_i^t, \quad u_j^2 \leq x_j^2 \leq v_j^2, \quad x_j^2 \geq 0$$

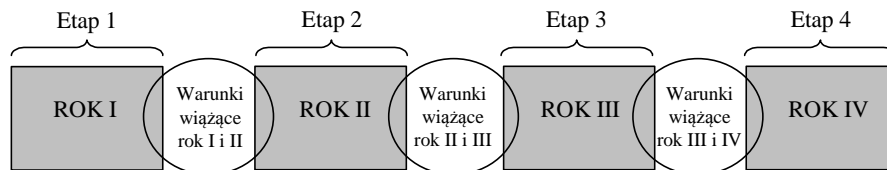
– trzeci etap:
$$F(x_j^3) = \sum_{j=1}^n c_j^3 x_j^3 \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{t=2}^3 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=2}^3 b_i^t, \quad u_j^3 \leq x_j^3 \leq v_j^3, \quad x_j^3 \geq 0$$

– czwarty etap:
$$F(x_j^4) = \sum_{j=1}^n c_j^4 x_j^4 \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{t=3}^4 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=3}^4 b_i^t, \quad u_j^4 \leq x_j^4 \leq v_j^4, \quad x_j^4 \geq 0$$

Schemat blokowy modelu szeregowego przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Model szeregowy produkcji w gospodarstwie rolnym

Drugim modelem optymalizacji dynamicznej jest model szeregowo-równoległy. Jego istota zawiera się w podziale całego procesu optymalizacji na dwa etapy. Pierwszy etap obejmuje optymalizację produkcji równocześnie w dwóch pierwszych okresach. Natomiast podczas drugiego etapu optymalizuje się równocześnie okresy trzeci i czwarty. Należy podkreślić, że optymalizacja w każdym roku jest związana z rokiem poprzednim, to znaczy uwzględnia wyniki optymalizacji z poprzedniego okresu.

Model szeregowo-równoległy dla poszczególnych etapów można zapisać:

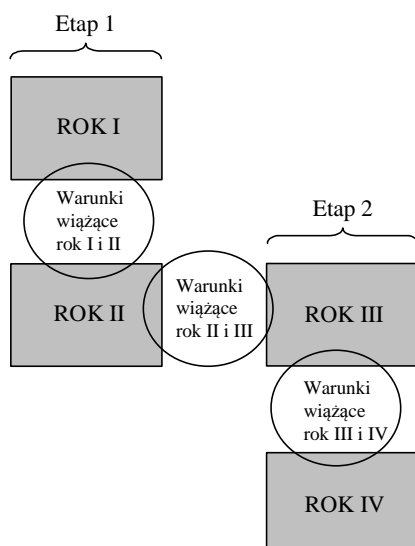
– pierwszy etap:
$$F(x_j^t) = \sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^n c_j^t x_j^t \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=1}^2 b_i^t, \quad u_j^1 \leq x_j^1 \leq v_j^1, \quad u_j^2 \leq x_j^2 \leq v_j^2, \quad x_j^1 \geq 0, \quad x_j^2 \geq 0$$

– drugi etap:
$$F(x_j^t) = \sum_{t=3}^4 \sum_{j=1}^n c_j^t x_j^t \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{t=2}^4 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=2}^4 b_i^t, \quad u_j^3 \leq x_j^3 \leq v_j^3, \quad u_j^4 \leq x_j^4 \leq v_j^4, \quad x_j^3 \geq 0, \quad x_j^4 \geq 0$$

Na rys. 2 przedstawiono schemat blokowy modelu szeregowo-równoległego.



Rys. 2. Model szeregowo-równoległy

Trzecie podejście mające postać modelu równoległego polega na optymalizacji całosciowej. Optymalizacja w kolejnych okresach opiera się na uwzględnieniu warunków wiążących poszczególne lata.

Przy wcześniej wprowadzonych oznaczeniach zapis modelu maksymalizującego wartość dochodu rolniczego dla n rodzajów działalności w czterech okresach jest następujący:

$$F(x_j^t) = \sum_{t=1}^4 \sum_{j=1}^n c_j^t x_j^t \rightarrow \max$$

przy ograniczeniach: $\sum_{t=1}^4 \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t \leq \sum_{t=1}^4 b_i^t, u_j^t \leq x_j^t \leq v_j^t, x_j^t \geq 0$

gdzie:

$$t \in \{1,2,3,4\}$$

Schemat blokowy modelu równoległego przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Model równoległy optymalizacji dynamicznej

W dalszej części artykułu przedstawiono przykład empiryczny zastosowania powyższych modeli optymalizacji dynamicznej produkcji roślinnej w przeciętnym gospodarstwie rolnym.

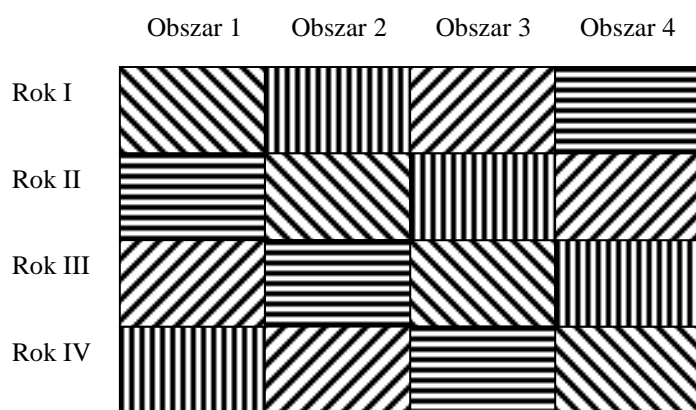
BUDOWA I ROZWIĄZANIA DYNAMICZNYCH DECYZYJNYCH MODELI PRODUKCJI ROŚLINNEJ W PRZECIĘTNYM GOSPODARSTWIE ROLNYM

W procesie budowy decyzyjnych modeli produkcji roślinnej w gospodarstwie rolnym należy uwzględnić zmianowanie roślin. Następnym właściwego zmianowania roślin jest utrzymanie dobrej kultury gleby, co w konsekwencji pozwoli na otrzymanie wyższych plo-

nów. Dane liczbowe dotyczące parametrów modelu zaczerpnięto z publikacji Głównego Urzędu Statystycznego (2011) za lata 2005–2008. Modelowaniu poddano przeciętne gospodarstwo rolne w województwie zachodniopomorskim.

Dynamiczny charakter modeli decyzyjnych odnoszący się do kolejnych lat przejawiać się będzie przez warunki wiążące. Warunki te w kolejnych latach dotyczyć będą prawidłowego zmianowania roślin (Więckowski 1982, Zaród 2008).

Zmianowanie roślin, najogólniej rzecz biorąc, polega na podzieleniu całego areálu gruntów rolnych na cztery części, które są użytkowane zgodnie z zasadami płodozmianu. Schemat ogólny zmianowania roślin przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Schemat zmianowania roślin

Maksymalizowana będzie łączna wielkość dochodu rolniczego w całym okresie czteroletnim. Oceny jednostkowych współczynników funkcji celu zostały obliczone jako przeciętny dochód z produkcji poszczególnych roślin uprawnych w danym roku z powierzchni 1 ha. Dochód rolniczy obliczono jako różnicę wartości produkcji i kosztów produkcji dla każdej z roślin, uwzględniając także jednolite płatności obszarowe (JPO) oraz jednolite płatności uzupełniające (JPU).

W przeprowadzonych obliczeniach wzięto również pod uwagę bezpośrednie, jak i pośrednie koszty produkcji. Do bezpośrednich kosztów produkcji zaliczono koszty materiału siewnego, nawozów, środków ochrony roślin, usługi specjalistyczne i inne. Jako koszty pośrednie przyjęto koszty mechanizacji, na przykład podorywki, bronowania, transportu nawozów, orki siewnej, siewu, nawożenia, oprysków, zbioru kombajnem, transportu plonu, najmu ludzi, podatku rolnego i ubezpieczenia oraz koszty ogólnogospodarcze (Więckowski 1982).

Powierzchnia gruntów ornych przeciętnego gospodarstwa w latach 2005–2008 wynosiła 14 ha. W przeprowadzonych badaniach przyjęto, że grunty orne mogą być przeznaczone pod uprawę buraków cukrowych, ziemniaków, jęczmienia, pszenicy, owsa i mieszanek zbożowych, rzepaku i rzepiku, pszenżyta oraz żyta. Po przeprowadzeniu ocen parametrów za pomocą metody simpleks, stosowanej w każdym etapie (roku), otrzymano optymalną strukturę produkcji. W tabeli 1 przedstawiono strukturę zasiewu dla modelu szeregowego.

W tabeli 2 zestawiono wyniki optymalizacji modelu produkcji w gospodarstwie rolnym z wykorzystaniem modelu szeregowo-równoległego optymalizacji dynamicznej.

Natomiast wyniki obliczeń dotyczące struktury produkcji roślinnej dla modelu równoległego przedstawiono w tabeli 3.

Informacje zawarte w ostatnich dwóch wierszach tabel 1–3 zostaną wykorzystane w analizach porównawczych. Z informacji w nich zawartych wynika, że wielkości dochodu rolniczego w kolejnych latach są porównywalne dla modelu szeregowo-równoległego i równoległego. Natomiast wysokość tego dochodu w przypadku modelu szeregowego w drugim roku jest w przybliżeniu o 50% niższa, a w roku trzecim prawie o 30% niższa od otrzymanych dla modelu szeregowo-równoległego i równoległego. Kształtowanie się wysokości dochodu w poszczególnych latach przedstawiono na rys. 5.

Tabela 1. Struktura produkcji roślinnej otrzymana za pomocą szeregowego modelu optymalizacji dynamicznej

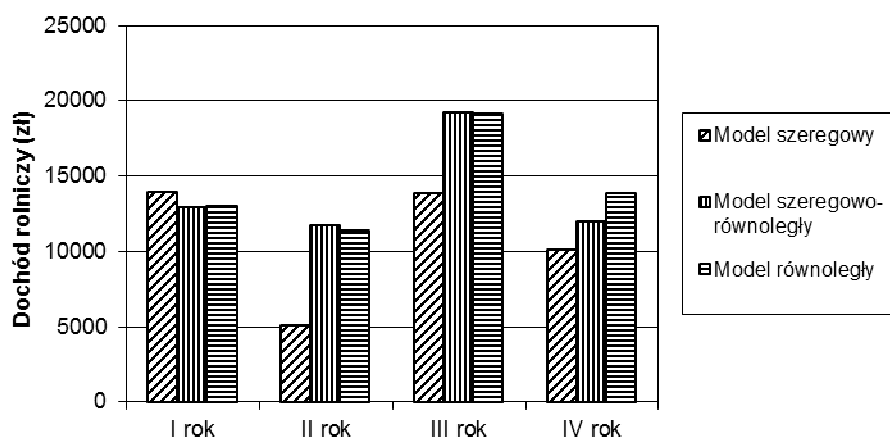
Roślina	2005	2006	2007	2008
Buraki cukrowe (ha)	2,38	0,00	0,00	0,00
Ziemniaki (ha)	0,00	0,00	1,82	1,96
Jęczmień (ha)	7,84	0,00	0,00	0,00
Pszenica (ha)	1,96	1,96	0,00	1,82
Owies i mieszanki zbożowe (ha)	0,00	5,46	0,00	0,56
Rzepak i rzepik (ha)	1,82	1,40	1,96	0,00
Pszenżyto (ha)	0,00	0,56	5,46	0,00
Żyto (ha)	0,00	1,82	1,96	7,42
Dochód rolniczy (zł)	13959,99	5121,60	13883,28	10070,30
Suma dochodu rolniczego (zł)	42985,19			

Tabela 2. Struktura produkcji rolnej otrzymana za pomocą modelu szeregowo-równoległego optymalizacji dynamicznej

Roślina	2005	2006	2007	2008
Buraki cukrowe (ha)	2,38	2,80	0,00	0,00
Ziemniaki (ha)	0,00	0,00	2,94	1,96
Jęczmień (ha)	0,00	0,00	3,92	0,00
Pszenica (ha)	1,96	1,96	1,96	1,96
Owies i mieszanki zbożowe (ha)	0,00	0,42	0,84	4,34
Rzepak i rzepik (ha)	1,82	1,40	1,96	1,68
Pszenżyto (ha)	5,04	0,56	0,42	1,12
Żyto (ha)	2,80	6,86	1,96	2,38
Dochód rolniczy (zł)	12885,77	11695,80	19202,60	11992,00
Suma dochodu rolniczego (zł)	55776,17			

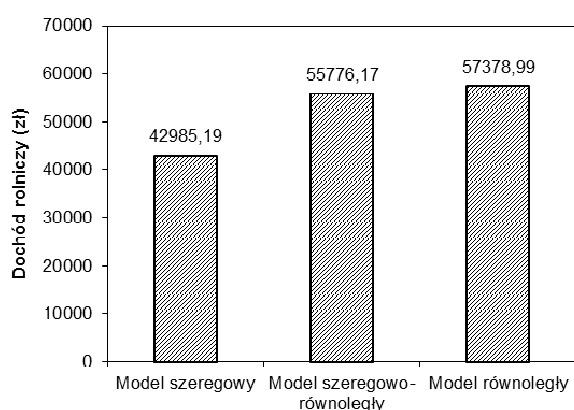
Tabela 3. Struktura produkcji roślinnej otrzymana za pomocą modelu równoległego optymalizacji dynamicznej

Roślina	2005	2006	2007	2008
Buraki cukrowe (ha)	2,38	2,80	0,00	0,00
Ziemniaki (ha)	0,00	0,00	2,94	2,52
Jęczmień (ha)	3,36	0,00	0,00	0,00
Pszenica (ha)	1,96	1,96	1,96	1,96
Owies i mieszanki zbożowe (ha)	0,56	3,78	0,84	0,98
Rzepak i rzepik (ha)	1,82	1,40	1,96	1,68
Pszenżyto (ha)	1,12	1,12	3,78	1,12
Żyto (ha)	2,80	2,94	2,52	5,74
Dochód rolniczy (zł)	12998,62	11415,77	19110,10	13854,50
Suma dochodu rolniczego (zł)	57378,99			



Rys. 5. Dochód rolniczy w kolejnych latach otrzymany na podstawie poszczególnych modeli optymalizacji dynamicznej

Spśród rozpatrywanych modeli produkcji przeciętnego gospodarstwa rolnego w rozpatrywanych latach najwyższą jego wielkość otrzymano dla modelu równoległego (57378,99 zł). Niższe wysokości dochodu rolniczego dla tego modelu szeregowego w drugim i trzecim roku wpłynęły w decydujący sposób na sumaryczną jego wielkość w całym okresie czteroletnim. Łączny dochód rolniczy otrzymany za pomocą modelu szeregowego wynosi 74,91% dochodu dla modelu równoległego oraz 77,07% dochodu rolniczego otrzymanego za pomocą modelu szeregowo-równoległego. Udział łącznego dochodu rolniczego otrzymanego za pomocą modelu szeregowo-równoległego stanowi 97,21% jego wielkości dla modelu równoległego. Wielkości łączne dochodów przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Dochód rolniczy przeciętnego gospodarstwa rolnego w latach 2005–2008 w zależności od zastosowanego modelu optymalizacji dynamicznej

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zastosowanie trzech modeli optymalizacji dynamicznej produkcji roślinnej w gospodarstwie rolnym różniące się sposobem powiązań kolejnych etapów (lat). Model szeregowo-równoległy oraz równoległy dały porównywalne wyniki wielkości dochodu

rolniczego. Natomiast wielkość dochodu otrzymanego na podstawie modelu szeregowego była w przybliżeniu o 20–25% niższa. Wykorzystane w pracy podejście, polegające na wprowadzeniu do modeli warunków wiążących poszczególne okresy produkcji związane z prawidłowym zmianowaniem roślin, okazało się zasadne.

PIŚMIENNICTWO

Bellman R. 1957. Dynamic programming. Princeton, NJ, Princeton University Press.

Główny Urząd Statystyczny. 2011. Portal statystyki publicznej, www.stat.gov.pl, dostęp: 12.10.2011.

Mrozek B., Mrozek Z. 2004. Matlab i Simulink. Gliwice, Wydaw. Helion, ISBN 83-7361-486-9.

Więckowski W. 1982. Optymalizacja plonu produkcji przedsiębiorstwa rolnego przy użyciu rozwiązań standardowych. Warszawa, PWN, ISBN 83-01-00909-8.

Zaród J. 2008. Programowanie liniowo-dynamiczne jako narzędzie analizujące zmiany w funkcjonowaniu gospodarstw rolnych. Łódź, Wydaw. Uniwersytetu Łódzkiego, 429–435.