

Joanna Perzyńska

## **MODYFIKACJA METODY BATESA–GRANGERA WYZNACZANIA WAG PROGNOZ ZŁOŻONYCH**

### **THE MODIFICATION OF BATES-GRANGER'S ESTIMATION METHOD OF THE WEIGHTS OF COMBINED FORECASTS**

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Klemensa Janickiego 31, 71-270 Szczecin, e-mail: Joanna.Perzynska@zut.edu.pl

**Summary.** In the paper, the author presents modification of Bates-Granger's method estimation the weights of combined forecasts. The illustration of theoretical considerations is the empirical example, in which individual and combined forecasts calculates for economic variable with seasonal fluctuations. The accuracy of combined forecasts compares with accuracy of arithmetic mean of their component forecasts.

**Słowa kluczowe:** prognozowanie ekonometryczne, prognozy złożone, wahania sezonowe.  
**Key words:** combined forecasts, econometric forecasting, seasonal fluctuations.

## **WSTĘP**

W literaturze ekonometrycznej poświęconej prognozowaniu dominuje podejście polegające na dążeniu do wyboru najlepszej metody predykcji lub najlepszego predyktora. Jednak nie zawsze w sposób jednoznaczny można tego dokonać, a odrzucone prognozy mogą zawierać użyteczne, niezależne informacje. Wykorzystanie możliwie największego zasobu dostępnych informacji jest możliwe dzięki utworzeniu nowej prognozy – prognozy złożonej będącej kombinacją dostępnych prognoz indywidualnych. Wyznaczenie prognozy złożonej wykorzystującej informacje zawarte w kilku prognozach pozwala na zmniejszenie błędu otrzymanej prognozy i minimalizuje ryzyko decyzji podejmowanych na jej podstawie (Greszta i Maciejewski 2005).

W niniejszym artykule zostanie przedstawiona modyfikacja metody Batesa–Grangera stosowanej do wyznaczania wag prognoz złożonych. W toku badań empirycznych zostanie zweryfikowana hipoteza mówiąca, że prognozy otrzymane za pomocą zaproponowanej metody charakteryzują się większą dokładnością niż prognozy złożone z wagami wyznaczonymi z wykorzystaniem metody Batesa–Grangera oraz prognozy przeciętne będące średnimi arytmetycznymi prognoz indywidualnych.

## **METODY BADAWCZE**

Prognoza złożona (ang. *combined forecast*), będąca liniową kombinacją  $m$  prognoz indywidualnych, ma postać:

$$f_{cT} = \sum_{i=1}^m \lambda_i f_{iT} \quad (1)$$

przy założeniu:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \quad (2)$$

gdzie:

$$i = 1, 2, \dots, m \quad (m \geq 2),$$

$f_{cT}$  – prognoza złożona wartości zmiennej  $Y$  w okresie  $T$ ,

$f_{iT}$  –  $i$ -ta prognoza indywidualna wartości zmiennej  $Y$  w okresie  $T$ ,

$\lambda_i$  – waga  $i$ -tej prognozy indywidualnej.

Ideę wyznaczania prognozy złożonej, będącej średnią ważoną pary prognoz nieobciążonych przedstawili Bates i Granger (1969). W ogólnym przypadku wagi wyznaczone za pomocą metody Batesa–Grangera (BG) dane są wzorem:

$$\lambda_i = \frac{(\sigma_i^2)^{-1}}{\sum_{j=1}^m (\sigma_j^2)^{-1}} \quad (3)$$

gdzie:

$\sigma_i^2$  – wariancja  $i$ -tej prognozy indywidualnej.

Wagi dane powyższym wzorem wyznacza się przy założeniu zerowej korelacji pomiędzy błędami indywidualnych prognoz będących składowymi prognozy złożonej. Przyjmują one zawsze nieujemne wartości zawierające się w przedziale  $\langle 0,1 \rangle$ .

W praktyce wariancje prognoz składowych nie są znane, ale ich wartości można estymować. Szacując wariancje prognoz indywidualnych na podstawie próby, otrzymujemy estymatory wag o postaci (Granger i Newbold 1974):

$$\hat{\lambda}_i = \frac{\left( \sum_{t=1}^{T-1} e_{it}^2 \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^m \left( \sum_{t=1}^{T-1} e_{jt}^2 \right)^{-1}} \quad (4)$$

gdzie:

$$t = 1, 2, \dots, T-1,$$

$e_{it}$  – błąd *ex post*  $i$ -tej wygasłej prognozy indywidualnej w okresie  $t$ .

Szacując wagi na podstawie powyższego wzoru, wyznacza się je *de facto* na podstawie unormowanych wartości odwrotności ocen średniokwadratowych błędów prognoz *ex post* (Dittmann i in. 2009):

$$\hat{\lambda}_i = \frac{(MSE_i)^{-1}}{\sum_{j=1}^m (MSE_j)^{-1}} \quad (5)$$

gdzie:

$MSE_i$  – ocena średniokwadratowego błędu prognoz *ex post* sporządzonych *i*-tą metodą,  
 $m$  – liczba metod zastosowanych do sporządzenia prognoz indywidualnych.

Zawadzki (1996) zaproponował, aby do szacowania wartości wag prognoz złożonych wykorzystywać również reszty wyznaczone w procesie estymacji modeli indywidualnych. Przyjmując zatem we wzorze (4) w miejsce ocen błędów prognoz *ex post* wartości reszt modeli indywidualnych, a następnie dokonując prostych przekształceń, otrzymamy:

$$\hat{\lambda}_i = \frac{\left( \sum_{t=1}^{T-1} e_{it}^2 \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^m \left( \sum_{t=1}^{T-1} e_{jt}^2 \right)^{-1}} = \frac{\left( S_{ie}^2 \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^m \left( S_{je}^2 \right)^{-1}} \quad (6)$$

gdzie:

$e_{it}$  – reszta *i*-tego modelu indywidualnego w okresie *t*,  
 $S_{ie}^2$  – wariancja resztowa *i*-tego modelu indywidualnego.

Wagi wyznaczone na podstawie wzoru (6) są unormowanymi wartościami odwrotności klasycznych wariancji reszt (lub skorygowanych, gdy modele indywidualne mają taką samą liczbę parametrów).

W przypadku, gdy prognozowana zmienna *Y* charakteryzuje się występowaniem wahań sezonowych, można zaproponować modyfikację metody BG polegającą na wykorzystaniu jej do szacowania wag w okresach jednoimiennych (BGj). Wagi prognozy złożonej są wówczas wyznaczone na podstawie obserwacji pochodzących wyłącznie z tych samych sezonów kolejnych cykli wahań. Przekształcony wzór Batesa i Grangera przyjmuje wtedy postać:

$$\hat{\lambda}_{ik} = \frac{\left( \sum_{l=1}^L e_{it_{k,l}}^2 \right)^{-1}}{\sum_{j=1}^m \left( \sum_{l=1}^L e_{jt_{k,l}}^2 \right)^{-1}} \quad (7)$$

dla:

$$t_{k,l} = k + K(l-1) \quad (8)$$

gdzie:

$e_{it}$  – błąd *ex post* *i*-tej wygasłej prognozy indywidualnej lub reszta *i*-tego modelu indywidualnego w okresie *t*,  
 $k$  – numer sezonu w cyklu ( $k = 1, 2, \dots, K$ ),  
 $K$  – liczba sezonów tworzących cykl,  
 $l$  – numer cyklu ( $l = 1, 2, \dots, L$ ),  
 $L$  – liczba okresów jednoimiennych (sezonów) w szeregu czasowym (liczba cykli).

Prognoza złożona z wagami wyznaczonymi na podstawie wzorów (7) i (8) ma postać:

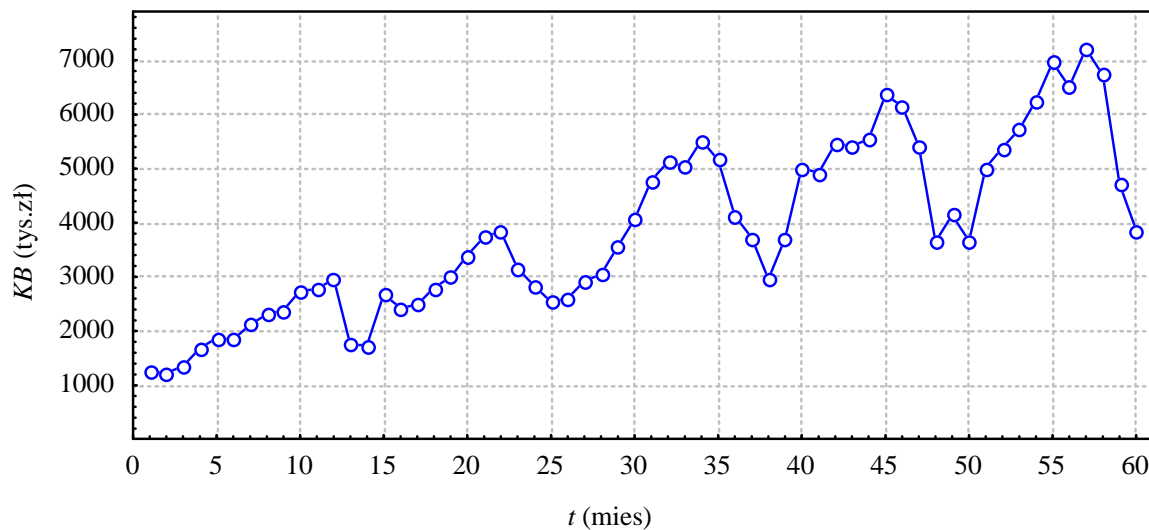
$$f_{cT_k} = \sum_{i=1}^m \hat{\lambda}_{ik} f_{iT_k} \quad (9)$$

gdzie:

$$T_k = k + KL \quad (10)$$

## MATERIAŁ BADAWCZY

Modelowaniu predyktywnemu i prognozowaniu poddano koszty całkowite produkcji betonu komórkowego ( $KB$ ) w przedsiębiorstwie  $A$ . Kształtowanie się wartości zmiennej  $KB$  (w tys. zł) w okresie 60 miesięcy przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Kształtowanie się zmiennej  $KB$

Zmiennymi objaśniającymi w modelach przyczynowo-opisowych były zmienne  $PB$  oraz  $SB$  przedstawiające, odpowiednio, produkcję oraz sprzedaż betonu komórkowego w przedsiębiorstwie  $A$ . Zmienna  $KB$  oraz jej zmienne objaśniające charakteryzowały się występowaniem wahań sezonowych o różnym natężeniu. W tabeli 1 zestawiono oceny wskaźników sezonowości badanych zmiennych wyznaczone dla okresu estymacyjnego  $t = 1, 2, \dots, 36$  przy założeniu multiplikatywnego charakteru wahań sezonowych.

Zmienna prognozowana  $KB$  charakteryzuje się silnym natężeniem sezonowości – różnica pomiędzy maksymalną i minimalną wartością ocen wskaźników sezonowości wynosi dla niej 55,42 punktu procentowego. Zmienne objaśniające  $PB$  oraz  $SB$  charakteryzują się bardzo silnym natężeniem sezonowości; amplitudy ocen ich wskaźników sezonowości wynoszą, odpowiednio, 93,40 p.p. oraz 81,63 p.p.

Zmienne  $KB$  oraz  $SB$  swoje ekstrema sezonowe osiągają dla tych samych miesięcy – maksimum dla października, a minimum dla lutego. Zmienna  $PB$  maksimum sezonowe również przyjmuje dla października, natomiast minimum dla stycznia.

Tabela 1. Oceny wskaźników sezonowości zmiennych *KB*, *PB* i *SB* w okresie estymacyjnym  $t = 1, 2, \dots, 36$ 

Miesiąc	<i>KB</i>	<i>PB</i>	<i>SB</i>
I	73,98	47,20	75,51
II	73,55	51,68	57,36
III	77,03	56,65	69,15
IV	79,48	83,79	74,25
V	91,67	109,25	100,36
VI	102,32	110,30	112,16
VII	113,11	126,04	121,88
VIII	120,20	126,25	123,08
IX	119,07	135,92	131,63
X	128,97	140,60	138,99
XI	118,84	108,65	109,42
XII	101,77	103,67	86,20
max – min	55,42	93,40	81,63

## PREZENTACJA I OCENA WYNIKÓW BADAŃ

Podczas pierwszego etapu badań, na podstawie danych pochodzących z okresu estymacyjnego obejmującego 48 obserwacji, oszacowano modele należące do sześciu klas:

- klasyczne modele szeregu czasowego (MK),
- hierarchiczne modele szeregu czasowego (H),
- klasyczne modele przyczynowo-opisowe (P),
- hierarchiczne modele przyczynowo-opisowe (PH),
- modele Holta–Wintersa (HWin),
- sztuczne sieci neuronowe (ANN).

W zależności od klasy modeli oszacowane równania różniły się: zmienną objaśniającą, analityczną postacią trendu, rodzajem wahań sezonowych, wielkościami stałych wygładzania lub strukturą sieci neuronowych.

W trakcie kolejnego etapu, na podstawie oszacowanych modeli, wyznaczono prognozy wygasłe dla horyzontu dwunastomiesięcznego i poddano analizie ich dokładność.

Następnie z każdej z sześciu klas oszacowanych modeli wybrano po jednym modelu o najlepszych własnościach predykcyjnych; były to:  $MK_{tp}$ ,  $H62_{tp}$ ,  $P_{tsp/SP}$ ,  $PH26_{tsp/SP}$ ,  $HWin117$  oraz  $ANN/SP$  (gdzie:  $t$  – trend liniowy,  $s$  – stałe parametry przy zmiennej objaśniającej,  $p$  – periodyczny składnik sezonowy).

Na podstawie wybranych modeli wyznaczono prognozy *ex post* (odpowiednio:  $f_{1t}$ ,  $f_{2t}$ ,  $f_{3t}$ ,  $f_{4t}$ ,  $f_{5t}$ ,  $f_{6t}$ ) dla  $t = 49, 50, \dots, 60$ . Stanowiły one prognozy składowe prognoz złożonych określonych wzorem (1) dla  $m = 2, 3, \dots, 6$ . Oceny przeciętnych względnych błędów ( $MAPE_{49-60}$ ) prognoz składowych zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Oceny błędów prognoz składowych

Prognoza składowa	$MAPE_{49-60}$ (%)
$f_1$	13,04
$f_2$	13,49
$f_3$	5,42
$f_4$	5,62
$f_5$	7,60
$f_6$	8,83

Podczas kolejnego etapu utworzono  $\binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 57$

kombinacji  $m$  prognoz składowych i dla każdej z nich wyznaczono wagi za pomocą metody Batesa–Grangera (BG) oraz jej modyfikacji (mBG). Do oszacowania wag wykorzystano wartości reszt modeli indywidualnych, na podstawie których wyznaczono prognozy składowe. Zastosowanie metody mBG wiązało się z wyznaczeniem wag dla każdego z 12 sezonów cyklu wahań zmiennej  $KB$ , zatem ze względu na obszerność wyników w tabeli 3 przedstawiono otrzymane wartości wag dla wybranych kombinacji prognoz składowych.

Tabela 3. Wartości wag dla kombinacji  $f_{12}$  oraz  $f_{123456}$ 

Metoda	$f_{12}$		$f_{123456}$					
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$
BG	0,554	0,446	0,132	0,093	0,391	0,226	0,054	0,104
mBG	0,549	0,451	0,190	<b>0,503</b>	<b>0,141</b>	<b>0,045</b>	0,114	<b>0,008</b>
	0,517	0,483	0,123	0,089	0,326	0,268	0,025	0,169
	0,553	0,447	0,071	0,055	0,344	<b>0,353</b>	0,049	0,128
	0,550	0,450	0,062	0,056	0,316	0,210	0,022	0,334
	0,608	0,392	<b>0,359</b>	0,215	0,192	0,111	0,057	0,066
	0,553	0,447	<b>0,034</b>	<b>0,023</b>	<b>0,765</b>	0,087	0,034	0,056
	0,527	0,473	0,057	0,060	0,710	0,101	<b>0,015</b>	0,057
	0,526	0,474	0,102	0,077	0,235	0,196	0,027	0,363
	<b>0,508</b>	<b>0,492</b>	0,079	0,098	0,323	0,267	<b>0,140</b>	0,093
	0,512	0,488	0,099	0,081	0,397	0,308	0,047	0,067
	<b>0,671</b>	<b>0,329</b>	0,190	0,114	0,354	0,211	0,081	0,051
	0,552	0,448	0,076	0,042	0,269	0,161	0,041	<b>0,411</b>

Pogrubioną czcionką zaznaczono ekstremalne wartości wag sezonowych.

Analizując informacje zawarte w tabeli 3, można zauważyć, że wartości wag sezonowych wyznaczonych za pomocą metody mBG wykazują znaczne zróżnicowanie w stosunku do ocen wag otrzymanych metodą BG na podstawie wszystkich obserwacji. W przypadku kombinacji  $f_{12}$  ekstremalne wartości wag sezonowych różnią się o  $\pm 0,046$  i  $\pm 0,117$  od wartości wag wyznaczonych za pomocą metody BG, natomiast dla kombinacji wszystkich sześciu prognoz indywidualnych różnice te sięgają od  $-0,250$  dla prognozy składowej  $f_3$  do  $0,410$  dla  $f_2$ .

Podczas ostatniego etapu badań dla każdej z 57 kombinacji prognoz składowych wyznaczono prognozy złożone z wagami otrzymanymi na podstawie metod BG oraz mBG. W celach porównawczych wyznaczono również prognozy przeciętne, to jest prognozy złożo-

ne będące średnimi arytmetycznymi prognoz składowych (AM). Oceny przeciętnych względnych błędów ( $MAPE_{49-60}$ ) wyznaczonych prognoz złożonych (Fc) zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Oceny błędów  $MAPE_{49-60}$  prognoz złożonych (w %)

Fc	AM	BG	mBG	Fc	AM	BG	mBG	Fc	AM	BG	mBG
$f_{12}$	13,07	<b>13,05</b>	13,04	$f_{134}$	7,66	6,43	<b>6,38</b>	$f_{1245}$	9,24	8,54	<b>8,04</b>
$f_{13}$	8,98	7,07	<b>6,28</b>	$f_{135}$	8,26	6,87	7,06	$f_{1246}$	8,05	7,23	<b>6,12</b>
$f_{14}$	8,94	7,67	<b>7,37</b>	$f_{136}$	6,58	5,98	<b>5,46</b>	$f_{1256}$	8,35	8,75	<b>7,52</b>
$f_{15}$	10,10	11,25	<b>10,83</b>	$f_{145}$	8,22	7,55	7,91	$f_{1345}$	7,33	6,41	6,44
$f_{16}$	7,41	7,56	<b>7,55</b>	$f_{146}$	6,53	6,12	<b>5,72</b>	$f_{1346}$	6,13	5,71	<b>5,01</b>
$f_{23}$	9,08	6,90	<b>6,63</b>	$f_{156}$	7,10	7,67	7,93	$f_{1356}$	6,55	6,09	<b>5,56</b>
$f_{24}$	9,20	7,48	<b>7,33</b>	$f_{234}$	7,77	6,28	<b>6,21</b>	$f_{1456}$	6,52	6,41	<b>6,04</b>
$f_{25}$	9,88	10,60	<b>10,48</b>	$f_{235}$	8,12	6,56	<b>6,55</b>	$f_{2345}$	7,16	6,15	<b>6,07</b>
$f_{26}$	7,49	7,14	<b>6,82</b>	$f_{236}$	6,70	5,85	<b>4,95</b>	$f_{2346}$	6,30	5,61	<b>4,58</b>
$f_{34}$	5,30	5,32	<b>5,22</b>	$f_{245}$	8,04	7,12	7,14	$f_{2356}$	6,59	5,76	<b>5,07</b>
$f_{35}$	5,98	5,33	<b>5,15</b>	$f_{246}$	6,72	5,96	<b>5,02</b>	$f_{2456}$	6,56	5,98	<b>5,47</b>
$f_{36}$	4,16	4,45	4,86	$f_{256}$	7,15	7,06	<b>6,81</b>	$f_{3456}$	4,76	4,72	<b>4,28</b>
$f_{45}$	5,91	5,43	<b>5,37</b>	$f_{345}$	5,53	5,26	5,34	$f_{12345}$	8,27	7,03	<b>6,99</b>
$f_{46}$	3,99	4,21	4,23	$f_{346}$	4,19	4,66	<b>4,31</b>	$f_{12346}$	7,50	6,43	<b>5,46</b>
$f_{56}$	5,61	5,82	5,85	$f_{356}$	4,76	4,69	<b>4,52</b>	$f_{12356}$	7,66	6,81	<b>6,02</b>
$f_{123}$	10,32	7,98	<b>7,87</b>	$f_{456}$	4,72	4,50	<b>4,40</b>	$f_{12456}$	7,64	7,27	<b>6,63</b>
$f_{124}$	10,34	8,65	<b>8,29</b>	$f_{1234}$	8,90	7,12	<b>7,04</b>	$f_{13456}$	6,21	5,77	<b>5,39</b>
$f_{125}$	10,83	11,60	<b>11,38</b>	$f_{1235}$	9,23	7,71	<b>7,37</b>	$f_{23456}$	6,24	5,56	<b>5,03</b>
$f_{126}$	9,04	8,92	<b>7,08</b>	$f_{1236}$	8,07	6,93	<b>5,60</b>	$f_{123456}$	7,19	6,41	<b>5,86</b>

Pogrubioną czcionką zaznaczono niższe oceny błędów prognoz złożonych otrzymanych mBG od uzyskanych BG.

Analizując informacje zawarte w tabeli 4, można zauważyć, że w przypadku kombinacji 5 i 6 prognoz indywidualnych wszystkie prognozy złożone z wagami wyznaczonymi za pomocą zaproponowanej modyfikacji metody Batesa–Grangera charakteryzują się wyższą dokładnością niż prognozy złożone z wagami otrzymanymi z wykorzystaniem metody BG. Dla pozostałych wartości  $m = 2, 3, 4$  wyższą dokładnością również charakteryzuje się większość (odpowiednio: 80%, 75% oraz 93,3%) prognoz złożonych z wagami wyznaczonymi z użyciem metody mBG.

Dokładność wyznaczonych prognoz złożonych porównano także z dokładnością prognoz przeciętnych będących średnimi arytmetycznymi tych samych prognoz składowych (Armstrong 2001, Greszta i Maciejewski 2005). Na podstawie informacji zawartych w tabeli 4 wyznaczono wartości odsetka prognoz złożonych o błędach mniejszych od błędów prognoz przeciętnych. Wartości tego odsetka zostały zestawione w tabeli 5.

Tabela 5. Odsetek prognoz złożonych o błędach mniejszych od błędów prognoz przeciętnych

Metoda	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 2-6$
BG	53,3	85,0	93,3	100,0	100,0	80,7
mBG	60,0	85,0	100,0	100,0	100,0	84,2

Analizując informacje zawarte w ostatniej kolumnie tabeli 5, można zauważyć, że odsetek prognoz złożonych o błędach mniejszych od błędów prognoz przeciętnych jest bardzo wysoki dla obu metod – przekracza 80%, co oznacza, że większość prognoz złożonych była bardziej trafna niż prognozy przeciętne będące średnimi arytmetycznymi tych samych prognoz składowych. Z porównania odsetka dla obu metod wynika natomiast, że wyższe wartości otrzymano dla zaproponowanej modyfikacji metody Batesa–Grangera (o 3,5 punktu procentowego).

Dla poszczególnych wartości  $m$  wyższe wartości odsetka dla prognoz złożonych z wagami wyznaczonymi za pomocą mBG otrzymano w przypadku kombinacji dwóch i czterech prognoz indywidualnych. Różnica odsetka dla obu metod wynosi wówczas 6,7 punktu procentowego. W przypadku pozostałych  $m$  wartości odsetka są jednakowe.

Z informacji zawartych w tabeli 5 wynika ponadto, że odsetek prognoz złożonych z wagami wyznaczonymi za pomocą metod BG i mBG rośnie wraz ze zwiększaniem liczby prognoz składowych w kombinacji. W przypadku  $m = 5$  i  $m = 6$  wartości odsetka dla obu metod wynoszą 100%, co oznacza, że wszystkie prognozy złożone wyznaczone za ich pomocą charakteryzowały się wyższą dokładnością niż prognozy przeciętne. W przypadku metody mBG sytuacja taka zachodzi również dla kombinacji czterech prognoz indywidualnych.

Przeprowadzone badania empiryczne potwierdziły przydatność zaproponowanej modyfikacji metody Batesa–Grangera do wyznaczania wag prognoz złożonych. Dla kombinacji co najmniej czterech prognoz indywidualnych wszystkie prognozy złożone otrzymane za jej pomocą okazały się bardziej trafne niż prognozy przeciętne. Ponadto w większości przypadków (dla kombinacji pięciu lub sześciu prognoz indywidualnych we wszystkich przypadkach) metoda mBG dała prognozy złożone o niższych błędach niż uzyskane za pomocą metody BG, co wskazuje na zasadność szacowania wag dla okresów jednoimiennych w sytuacji, gdy zmienna prognozowana charakteryzuje się występowaniem wahań sezonowych.

## PIŚMIENNICTWO

- Armstrong J.** 2001. Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners. Boston, Kluwer Academic Publishers, ISBN: 0-7923-7930-6.
- Bates J., Granger C.** 1969. The combination of forecasts. Operat. Res. Quarterly 20, 451–468.
- Dittmann P., Dittmann I., Szabela-Pasierbińska E., Szpulak A.** 2009. Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem. Kraków. Oficyna a Wolters Kluwer Business, ISBN: 978-83-7526-696-2.
- Granger C., Newbold P.** 1974. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. J. Royal Statist. Soc., Ser. A, 137, 131–165.
- Greszta M., Maciejewski W.** 2005. Kombinowanie prognoz gospodarki Polski. Gospodarka Narodowa 5–6, 49–61.
- Zawadzki J.** 1996. Modelowanie predyktywne i prognozowanie zjawisk w skali mikroekonomicznej. Szczecin. Rozprawy i Studia Uniwersytetu Szczecińskiego, 228.